
Estimasi Parameter Model *Autoregressive* dengan Metode *Yule Walker*, *Least Square*, dan *Maximum Likelihood* (Studi Kasus Data ROA BPRS di Indonesia)

Maulida Nurhidayati* 

Fakultas Ekonomi dan Bisnis Islam, Institut Agama Islam Negeri Ponorogo

* Corresponding Author. E-mail: nurhidayati@iainponorogo.ac.id

Article History

Received: March 4th, 2021

Revised: March 30th, 2021

Accepted: April 7th, 2021



<https://doi.org/10.14421/quadratic.2021.011-01>

ABSTRAK

Model *Autoregressive* merupakan model time series univariat untuk model yang stasioner. Dalam melakukan estimasi parameter pada model ini dapat dilakukan dengan beberapa metode yaitu metode *Yule-Walker*, *Least Square*, serta *Maximum Likelihood*. Masing-masing metode memiliki prinsip yang berbeda untuk melakukan estimasi parameter model sehingga hasil yang diperoleh juga akan berbeda. Berdasarkan hal tersebut, pada penelitian ini dilakukan estimasi parameter model AR(1) dengan membangkitkan data secara simulasi sebanyak 1000 kali untuk melihat performansi dari metode *Yule-Walker*, *Least Square*, serta *Maximum Likelihood*. Selain itu, perbandingan ketiga metode ini juga dilakukan pada data ROA BPRS yang mengikuti model AR(1). Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *Maximum Likelihood* mampu memberikan hasil modus dan perbandingan hasil estimasi yang paling sesuai untuk data simulasi serta menghasilkan nilai MAE paling kecil pada data *in sample* serta MAPE, MSE, dan MAE paling kecil pada data *out sample*. Hasil ini menunjukkan bahwa metode *Maximum Likelihood* merupakan metode yang paling baik untuk memodelkan data yang mengikuti model AR(1).

Kata Kunci: *Least Square*, *Maximum Likelihood*, *MSE*, *ROA*, *Yule-Walker*

ABSTRACT

The Autoregressive model is a time series univariate model for stationary models. In estimating parameters on this model can be done by several methods, namely yule-walker method, Least Square, and Maximum Likelihood. Each method has a different principle for estimating model parameters so that the results obtained will also be different. Based on this, in this study, the AR(1) model parameter estimation was estimated by generating data simulated 1000 times to see the performance of Yule-Walker, Least Square, and Maximum Likelihood methods. In addition, the comparison of these three methods is also done on ROA BPRS data that follows the AR(1) model. The results showed that the Maximum Likelihood method was able to provide mode results and comparison of the most suitable estimation results for simulation data and produce the smallest MAE values in the data in sample and MAPE, MSE, and MAE the smallest in the out sample data. These results show that the Maximum Likelihood method is the best method for modeling data that follows the AR(1) model.

Keywords: Least Square, Maximum Likelihood, MSE, ROA, Yule-Walker

PENDAHULUAN

Data *time series* adalah jenis data yang terdiri dari variabel-variabel yang disusun berdasarkan urutan waktu terjadinya dalam suatu rentang waktu tertentu dan menggambarkan perkembangan suatu kejadian [1]. Data *time series* dicatat secara terus menerus berdasarkan interval waktu yang tetap seperti harian, mingguan, bulanan, ataupun tahunan tergantung dari jenis data yang akan dicatat. Menurut Dedi Rosadi terdapat 2 model yang dapat digunakan untuk memodelkan data *time series* yaitu model stasioner dan model nonstasioner [2]. Model stasioner adalah model yang digunakan ketika data yang dianalisis menunjukkan sifat-sifat yang tidak berubah dengan adanya pergeseran waktu. Pada model stasioner, sifat-sifat statistik dari data *time series* di masa yang akan datang dapat

diramalkan berdasarkan data historis yang terjadi pada masa lalu, sedangkan model nonstasioner adalah model yang digunakan ketika data tidak memenuhi sifat model stasioner. Selain kedua model tersebut, model *time series* dapat diklasifikasikan berdasarkan banyaknya variabel yang diamati yaitu model univariat dan model multivariat [2]. Model univariat adalah model yang digunakan ketika variabel dalam penelitian hanya terdiri dari satu variabel. Ketika variabel yang digunakan lebih dari satu variabel yang dianalisis secara bersama-sama maka masuk pada model multivariat. Contoh model univariat antara lain model *Autoregressive*, *Moving Average*, maupun *Autoregressive Moving Average*. Untuk model multivariat antara lain model *Vector Autoregressive*, *State-Space*, serta ARCH/GARCH [3].

Model *Autoregressive* (AR) adalah salah satu contoh model *time series* univariat dan stasioner. Model AR adalah model *time series* linier yang digunakan untuk memodelkan data univariat dengan menggunakan informasi dari data univariate itu sendiri. Pengerian lain menyebutkan bahwa model AR adalah model yang menunjukkan nilai prediksi variabel dependen yang merupakan fungsi linier dari variabel dependen sebelumnya [4]. Estimasi parameter dari model AR dapat dilakukan menggunakan beberapa metode antara lain metode *Yule Walker* (YW), *Least Square* (LS), dan *Maximum Likelihood* (ML) [5]. Metode *Yule Walker* (YW) adalah metode estimasi model AR yang menggunakan prinsip ekspektasi untuk mengestimasi parameter model. Berbeda dengan YW, metode *Least Square* (LS) adalah metode estimasi model AR dengan meminimumkan error dari model yang terbentuk, sedangkan metode *Maximum Likelihood* (ML) adalah metode estimasi parameter model AR yang menggunakan prinsip memaksimalkan *likelihood* dari model AR. Beberapa penelitian yang menggunakan model AR untuk memodelkan data *time series* menggunakan metode *autoregressive* antara lain Bayu Prabawa, Jondri Nasri dan Mahmud Dwi Sulistiyo menggunakan mode AR untuk memprediksi harga saham [6], Yunan Helmi Mahendra memanfaatkan model AR untuk mengklasifikasikan data EEG untuk mendeteksi keadaan tidur dan bangun [7] serta Eric D. Feigelson, G. Jogesh Babu dan Gabriel A. Caceres menggunakan metode *autoregressive time series* untuk memodelkan astronomi domain waktu [8]. Selain itu masih ada Varun G Gupta dan Moonika Mittal menggunakan model *autoregressive* untuk menginterpretasikan sinyal ECG [9] dan Biao Jin, Jiao Guo, Dongjian He, dan Wenchuan Guo yang menggunakan meneliti tentang *adaptive kalman filtering* berdasarkan hasil prediksi model *autoregressive* [10]. Penelitian-penelitian ini menunjukkan bahwa metode AR masih sangat sesuai untuk diteliti lebih lanjut.

Return On Asset atau biasa disebut ROA adalah suatu rasio yang digunakan untuk mengukur besarnya laba bersih yang akan dihasilkan dari setiap dana yang ditanam dalam total asset yang dimiliki [11]. Selain itu, ROA juga diartikan sebagai rasio yang digunakan untuk mengukur tingkat pengembalian dari bisnis atas seluruh asset yang ada [12]. Dari kedua pengertian ini, diketahui bahwa ROA merupakan rasio yang menggambarkan efisiensi pada penggunaan dana. Misalkan Bank Pembiayaan Rakyat Syariah memiliki ROA sebesar 2,92% maka Bank Pembiayaan Rakyat Syariah mampu mengelola setiap asset senilai 1 milyar rupiah untuk dapat menghasilkan keuntungan sebesar 29,2 juta rupiah. Nilai ROA yang tinggi menunjukkan bahwa Bank Pembiayaan Rakyat Syariah mampu memanfaatkan dan menggunakan asset dengan baik untuk memperoleh keuntungan yang besar. Pemodelan data ROA Bank Pembiayaan Rakyat Syariah menjadi penting dilakukan agar Bank Pembiayaan Rakyat Syariah mampu melakukan prediksi ROA pada masa yang akan datang sehingga dapat digunakan untuk menentukan langkah-langkah strategis untuk memanfaatkan ROA yang cenderung meningkat atau solusi ketika ROA diprediksi mengalami kecenderungan menurun. Yang pada akhirnya bertujuan untuk meningkatkan laba Bank Pembiayaan Rakyat Syariah secara optimal. Sehingga pemodelan ROA yang paling baik menjadi penting untuk dilakukan.

Berdasarkan pemaparan yang disampaikan, pada penelitian ini dilakukan untuk perbandingan metode *Yule Walker*, *Least Square*, dan *Maximum Likelihood* untuk estimasi parameter model *Autoregressive* dengan menggunakan data simulasi yang dibangkitkan mengikuti mengikuti model *Autoregressive* orde 1 atau AR(1) serta menggunakan data ROA Bank Pembiayaan Rakyat Syariah.

METODE

Analisis dalam penelitian ini dijabarkan dalam 2 tahap. Tahap pertama adalah studi simulasi model *autoregressive* AR(1). Pada tahapan ini, dilakukan simulasi model AR(1) dengan beberapa nilai parameter dan dilakukan simulasi 1000 kali. Selanjutnya dilakukan estimasi dengan menggunakan metode YW, LS, dan ML kemudian membandingkan metode mana yang paling sesuai.

Tahap kedua diaplikasikan pada data *Return On Asset* (ROA) Bank Pembiayaan Rakyat Syariah di Indonesia Tahun 2014-2020 yang diperoleh melalui laporan Statistik Perbankan Syariah Desember 2020 yang diakses melalui laman www.ojk.go.id. Data dibagi menjadi data *in sample* yaitu mulai periode tahun 2014-2019 serta data *out sample* untuk periode tahun 2020. Data *in sample* diestimasi dengan metode *Yule Walker*, *Least Square*, dan *Maximum Likelihood* dan dilanjutkan dengan peramalan data *out sample* untuk masing-masing metode.

Perangkat lunak yang digunakan dalam penelitian ini adalah R.3.3.2 dan R Studio 1.4.1103 yang digunakan untuk simulasi model AR, estimasi model AR pada data simulasi serta estimasi parameter pada data ROA BPRS. Selain itu, digunakan minitab 17 untuk memudahkan dalam menggambarkan data ROA BPRS serta memodelkannya menggunakan plot ACF dan PACF.

Studi Simulasi Model AR(1)

Data simulasi yang digunakan merupakan data yang mengikuti model *Autoregressive* orde 1 atau AR(1). Banyaknya data untuk model AR(1) yang dibangkitkan adalah 60, 240, dan 600 dengan sisaan mengikuti distribusi normal $a_t \sim Normal(0,1)$. Model ini selanjutnya disimulasikan sebanyak 1000 kali dengan parameter model ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter Model AR(1)

Model	ϕ_1	Model Matematis
1	0,2	$Z_t = 0,2 * Z_{t-1} + a_t$
2	0,5	$Z_t = 0,5 * Z_{t-1} + a_t$
3	0,9	$Z_t = 0,9 * Z_{t-1} + a_t$

Tabel 1 menunjukkan nilai parameter yang digunakan untuk simulasi model AR(1). Nilai parameter yang beragam berfungsi untuk menangkap semua kemungkinan yang dapat terjadi. Data simulasi yang dibangkitkan selanjutnya dianalisis menggunakan langkah-langkah berikut:

- Estimasi parameter model AR dengan Metode YW, LS, dan ML.
- Menghitung selisih antara parameter model dan parameter yang diperoleh dalam estimasi
- Menghitung selisih yang paling kecil untuk masing-masing model
- Model dengan selisih paling kecil adalah model yang memberikan hasil estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan model yang lain.

Aplikasi pada Data Return On Asset (ROA) Bank Pembiayaan Rakyat Syariah

Data yang digunakan adalah data *Return On Asset (ROA)* Bank Pembiayaan Rakyat Syariah Tahun 2014-2019. Data selanjutnya dianalisis berdasarkan langkah-langkah berikut

- Pengujian stasioneritas data *in sample*
- Membuat plot ACF dan PACF untuk menentukan order maksimum dari AR
- Menentukan nilai p
- Estimasi parameter model AR dengan Metode YW, LS, dan ML
- Peramalan data *out sample* dengan Metode YW, LS, dan ML
- Membandingkan MAPE, MSE, dan MAE data *in sample* dan data *out sample* dari Metode YW, LS, dan ML
- Pengujian *white noise* pada model yang paling sesuai

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi Parameter Simulasi Model AR(1)

Untuk menentukan metode yang memberikan hasil yang paling sesuai dengan error yang kecil, dilakukan simulasi model AR(1) sesuai dengan desain model simulasi yang ditunjukkan pada Tabel 1. Berdasarkan desain simulasi yang dibuat, selanjutnya dilakukan perulangan sebanyak 1000 kali sehingga menghasilkan 1000 estimasi parameter untuk masing-masing desain yang dibuat. Hasil yang diperoleh untuk masing-masing metode ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Esimasi Parameter Metode YW, LS, dan ML

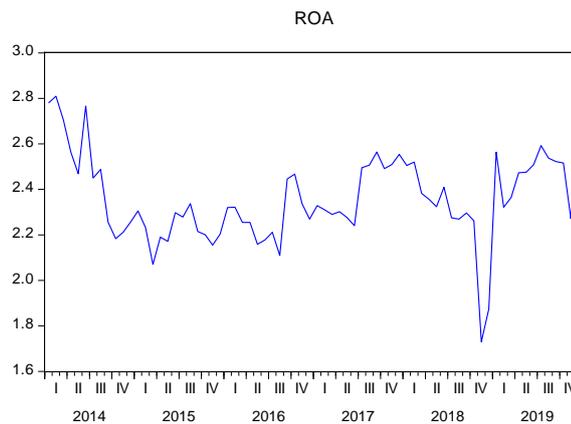
No	ϕ	Banyak Data	Banyak Simulasi	Modus			Perbandingan ϕ		
				YW	LS	ML	YW	LS	ML
1	0,2	60	1000	0,1724	0,1754	0,1971	387	108	505
		240	1000	0,1934	0,1942	0,1991	416	96	488
		600	1000	0,1975	0,1979	0,1999	440	79	481
2	0,5	60	1000	0,4523	0,461	0,4864	321	163	516
		240	1000	0,4912	0,4932	0,4992	394	128	478
		600	1000	0,4952	0,496	0,4984	398	152	450
3	0,9	60	1000	0,8165	0,8341	0,877	145	226	629
		240	1000	0,8798	0,8842	0,8937	271	208	521
		600	1000	0,8916	0,8931	0,8964	308	184	508

Tabel 2 menunjukkan hasil estimasi parameter dengan metode YW, LS, dan ML. Hasil tersebut menunjukkan bahwa semakin banyak data/sampel yang dianalisis maka hasil estimasi parameter yang diperoleh semakin mendekati parameter yang disimulasikan. Pada hasil estimasi parameter diketahui bahwa modus yang diperoleh masing-masing metode berbeda-beda dimana metode ML memiliki nilai modus yang paling mendekati nilai parameter yang dibangkitkan. Artinya hasil estimasi parameter model ML sebagian besar atau paling banyak

mendekati parameter model simulasi. Selain itu, untuk nilai ϕ yang dihasilkan menunjukkan bahwa metode MLE memiliki nilai ϕ paling sering mendekati nilai ϕ yang disimulasikan baik untuk nilai $\phi = 0,2$; $\phi = 0,5$; maupun $\phi = 0,9$. Berdasarkan hasil simulasi ini menunjukkan bahwa metode ML memberikan performansi yang lebih baik dibandingkan dengan metode yang lain.

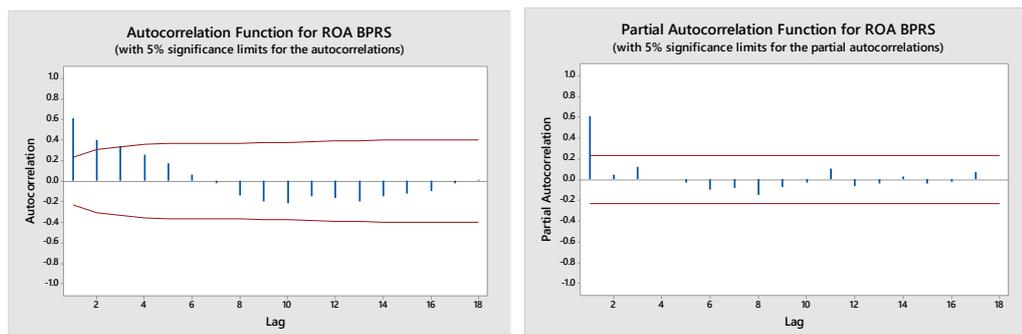
Estimasi Parameter Return On Asset (ROA) Bank Pembiayaan Rakyat Syariah

Return On Asset Bank Pembiayaan Rakyat Syariah dari tahun 2014 hingga tahun 2019 menunjukkan pergerakan yang cenderung tidak stabil. Tercatat pada bulan Februari 2014 ROA BPRS mampu mencapai nilai 2,81% meskipun kemudian harus turun dibulan-bulan selanjutnya dengan nilai ROA terendah terjadi pada bulan November 2018 dengan capaian 1,73%. Gambar 1 menunjukkan bahwa ROA BPRS memiliki stasioneritas dalam mean dan varian sehingga dalam analisis data menggunakan model Autoregressive tidak dilakukan differencing. Selain itu, hasil pengujian stasioneritas dalam mean menggunakan metode Phillips–Perron Unit Root Test menghasilkan nilai pvalue=0,02919<0,05 sehingga data ROA BPRS stasioner dalam mean.



Gambar 1. Time Series Plot ROA BPRS

Data yang telah stasioner dalam mean dan varian selanjutnya diplot untuk menentukan karakteristik dari data serta mendapatkan orde yang sesuai untuk pemodelan lebih lanjut. Penentuan orde dari model dilakukan dengan membuat plot ACF dan PACF. Gambar 2 menunjukkan bahwa plot ACF dari ROA BPRS meluruh menuju nol secara eksponensial dan PACF cuts off pada lag 1 sehingga pada data ROA BPRS orde yang diperoleh adalah 1.



Gambar 2. Plot ACF dan PACF ROA BPRS

Estimasi parameter data ROA BPRS mengikuti model AR(1) karena orde yang maksimum adalah 1. Data ROA selanjutnya diestimasi dengan menggunakan perintah pada software R pada package {stats} dengan perintah sebagai berikut dengan hasil ditunjukkan pada Tabel 3.

<code>ar(ROA,order.max=1,method="yule-walker")</code>	untuk metode YW
<code>ar(ROA,order.max=1,method="ols")</code>	untuk metode LS
<code>ar(ROA[,1],order.max=1,method="mle")</code>	untuk metode ML

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter ROA BPRS dengan Metode YW, LS, dan ML

Model	YW	LS	ML
$\hat{\phi}_1$	0,6086	0,6245	0,6645
Mean	2,35766	2,35766	2,35766

Berdasarkan hasil estimasi parameter ROA BPRS pada Tabel 3 dapat dituliskan model AR(1) seperti ditunjukkan pada persamaan (1), (2), dan (3). Hasil ketiga persamaan ini menunjukkan bahwa ketiga metode memberikan hasil estimasi yang hampir sama. Parameter $\hat{\phi}_1$ yang diperoleh disekitar nilai 0,6 seperti Gambar 2.

a. Model YW
$$\begin{aligned} Z_t &= 2,35766(1 - 0,6086) + 0,6086Z_{t-1} + a_t \\ Z_t &= 0,92279 + 0,6086Z_{t-1} + a_t \end{aligned} \quad (1)$$

b. Model LS
$$\begin{aligned} Z_t &= 2,35766(1 - 0,6245) + 0,6245Z_{t-1} + a_t \\ Z_t &= 0,885304 + 0,6245Z_{t-1} + a_t \end{aligned} \quad (2)$$

c. Model ML
$$\begin{aligned} Z_t &= 2,35766(1 - 0,6645) + 0,6645Z_{t-1} + a_t \\ Z_t &= 0,790997 + 0,6645Z_{t-1} + a_t \end{aligned} \quad (3)$$

Tabel 4. Hasil Performasi Metode YW, LS, dan ML pada data *in sample* dan *out sample*

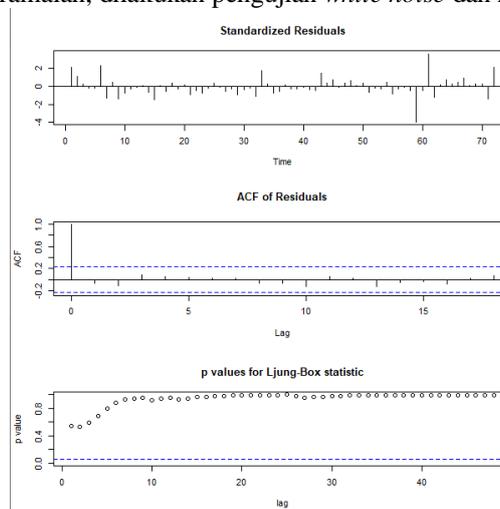
Data	Performasi	YW	LS	ML
<i>in sample</i>	MAPE	4,14943	4,09163	4,09890
	MSE	0,01951	0,01949	0,01963
	MAE	0,09592	0,09479	0,09458
<i>out sample</i>	MAPE	7,45977	7,42038	7,30300
	MSE	0,04336	0,04290	0,04165
	MAE	0,17948	0,17835	0,17501

Hasil yang diperoleh pada Tabel 4 menunjukkan bahwa metode LS merupakan metode yang memiliki nilai MAPE dan MSE yang paling kecil dibandingkan dengan metode yang lain pada data *in sample*. Untuk ukuran MAE, justru metode MLE yang memberikan hasil lebih kecil dibandingkan dengan metode lain.

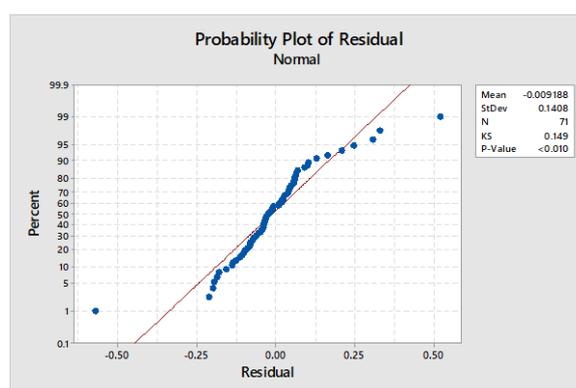
Untuk hasil MAPE, MSE, dan MAE pada data *out sample* metode ML lebih kecil dibandingkn dengan metode yang lain. Hasil ini mengakibatkan metode MLE yang lebih baik digunakan untuk memodelkan data ROA karena memiliki performansi yang baik untuk data *in sample* maupun data *out sampel*. Berdasarkan hasil ini model yang sesuai untuk menggambarkan data ROA BPRS adalah model berikut:

$$Z_t = 0,790997 + 0,6645Z_{t-1} + a_t.$$

Model ini menunjukkan bahwa konstanta yang dimiliki adalah 0,790997 dengan besarnya parameter $\hat{\phi}_1$ adalah 0,6645 yang menunjukkan bahwa nilai ROA pada bulan ini dipengaruhi oleh ROA pada bulan sebelumnya. Semakin tinggi nilai ROA bulan sebelumnya maka ROA dibulan ini akan semakin tinggi. Sebelum model yang diperoleh ini digunakan untuk peramalan, dilakukan pengujian *white noise* dan normalitas pada residual.



Gambar 3. Plot Diagnostic Model



Gambar 4. Pengujian Normalitas

Gambar 3 menunjukkan bahwa model yang diperoleh dari metode MLE merupakan model yang *white noise*. Hal ini ditunjukkan dengan grafik ACF tidak memiliki lag yang keluar dari batas serta plot *Ljung-Box* yang melebihi batas 0,05. Namun Gambar 4 menunjukkan bahwa residual dari model masih belum normal. Meskipun demikian, model yang diperoleh ini masih dapat digunakan untuk melakukan peramalan data ROA BPRS dimasa yang akan datang.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil estimasi pada data model AR(1) yang dibangkitkan sebanyak 1000 kali, disimpulkan bahwa metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) mampu memberikan hasil estimasi $\hat{\phi}$ dengan nilai modulus dan perbandingan $\hat{\phi}$ paling mendekati ϕ yang disimulasikan dibandingkan metode *Yule Walker* dan *Ordinary Least Square* (OLS). Untuk data *Return On Asset* (ROA) Bank Pembiayaan Rakyat Syariah, metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) juga memberikan hasil MAE paling kecil dibandingkan metode lainnya yaitu 0,09458 pada data *in sample* serta menghasilkan nilai MAPE, MSE, serta MAE paling kecil pada data *out sampel*. Hasil estimasi metode MLE telah memenuhi pengujian *white noise* meskipun residual yang dihasilkan tidak normal.

Pada penelitian selanjutnya, dapat dilakukan analisis data untuk model *Autoregressive orde 1* dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) karena metode ini dapat memberikan hasil yang lebih baik pada data simulasi maupun data asli. Selain itu, dapat juga dilakukan estimasi parameter model *Autoregressive* yang mengandung pencilan untuk mendapatkan model yang paling sesuai untuk memodelkan data tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Wirawan, *Cara Mudah Memahami Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Deskriptif)*, Denpasar: Keraras Emas, 2012.
- [2] D. Rosadi, *Analisis Runtun Waktu dan Aplikasinya dengan R*, Yogyakarta: Gajah Mada University Press, 2016.
- [3] W. W. S. Wei, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*, Boston, MA, USA: Pearson Education, 2006.
- [4] A. Widarjono, *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya Disertai Panduan EViews*, 4 ed, Yogyakarta: UPP STIM YKPN, 2017.
- [5] D. Rosadi, *Ekonometrika & Analisis Runtun Waktu Terapan dengan EViews*, Yogyakarta: Andi Offset, 2012.
- [6] B. Prabawa, J. Nasri, dan M. D. Sulistiyo, "Prediksi harga saham dengan menggunakan metode *autoregressive* dan algoritma kelelawar," *e-Proceeding Eng.*, vol. 2, no. 1, pp. 1696–1704, 2015.
- [7] Y. H. Mahendra, H. Tjandrasa, dan C. Fatichah, "Klasifikasi data Eeg untuk mendeteksi keadaan tidur dan bangun menggunakan *autoregressive* model dan support vector machine," *JUTI J. Ilm. Teknol. Inf.*, vol. 15, no. 1, pp. 35-42, 2017, doi: 10.12962/j24068535.v15i1.a633.
- [8] E. D. Feigelson, G. Jogesh Babu, dan G. A. Caceres, "Autoregressive times series methods for time domain astronomy," *Front. Phys.*, vol. 6:80, Aug. 2018, doi: 10.3389/fphy.2018.00080.
- [9] V. Gupta dan M. Mittal, "KNN and PCA classifier with Autoregressive modelling during different ECG signal interpretation," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 125, pp. 18–24, 2018, doi: 10.1016/j.procs.2017.12.005.
- [10] B. Jin, J. Guo, D. He, dan W. Guo, "Adaptive Kalman filtering based on optimal autoregressive predictive model," *GPS Solut.*, vol. 21, no. 2, pp. 307–317, 2017, doi: 10.1007/s10291-016-0561-x.
- [11] Hery, *Analisis Kinerja Manajemen*, Jakarta: Grasindo, 2014.
- [12] A. Sugiono dan E. Untung, *Panduan Praktis Dasar Analisis Laporan Keuangan*, Jakarta: Grasindo, 2016.